

# EINSTEIN Y EL TEOREMA DE LA EQUIPARTICIÓN DE LA ENERGÍA

## (De 1902 a 1910)

Luis Navarro Veguillas

Departament de Física Fonamental, Universitat de Barcelona.  
Grup d'Història de la Física, Institut d'Estudis Catalans.

### 1. INTRODUCCIÓN

Es conocida la íntima vinculación existente entre física estadística y física cuántica en la obra de Einstein.<sup>1</sup> Esta relación puede concebirse como un cierto aspecto del desarrollo de un amplio programa de investigación que permite contemplar dicha conexión bajo una nueva perspectiva histórica, como hemos demostrado recientemente.<sup>2</sup> Es dentro de este marco donde cabe situar el análisis que pretendemos efectuar acerca de la evolución del pensamiento de Einstein en torno al teorema de la equipartición de la energía.

Entre 1902 y 1904 Einstein publicó tres artículos en *Annalen der Physik*<sup>3</sup> cuyo objetivo confesado era conseguir fundamentar la termodinámica del equilibrio sobre las leyes básicas de la mecánica. Se partía de la aplicación de las ecuaciones de Hamilton a sistemas con un número finito, aunque extraordinariamente elevado, de grados de libertad; el cálculo de probabilidades constituía el ingrediente matemático imprescindible.

<sup>1</sup> NAVARRO, L. (1990) *Einstein, Profeta y Hereje*. Tusquets Eds., Barcelona. Además de una amplia exposición de las aportaciones de Einstein a la física estadística y a la física cuántica, el libro contiene una abundante bibliografía al respecto.

<sup>2</sup> NAVARRO, L. (1991) "On Einstein's statistical mechanical approach to early quantum theory (1904-1916)", *Historia Scientiarum*, vol. 1, pp. 39-58.

<sup>3</sup> EINSTEIN, A. (1902) "Kinetische Theorie des Warmegleichgewichtes und des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik", *Annalen der Physik*, vol. 9, pp. 417-433; (1903) "Eine Theorie der Grundlagen der Thermodynamik", *Annalen der Physik*, vol. 11, pp. 170-187; (1904) "Zur allgemeinen molekularen Theorie der Wärme", *Annalen der Physik*, vol. 14, pp. 354-362. Los tres trabajos figuran expuestos en síntesis y analizados en sus implicaciones en Navarro (1990), pp. 21-50. Una versión inglesa de la terna se encuentra en la traducción de A. Beck que acompaña, si así se solicita, a STACHEL, J. (ed.) (1989) *The Collected Papers of Albert Einstein*. Vol. 2. The Swiss years: writings, (1900-1909). Princeton University Press.

La primera aparición directa en la obra de Einstein del teorema de equipartición, aunque sin referirse a él con ese nombre, la hemos localizado en 1902, en el primero de sus artículos dedicados a la fundamentación de la mecánica estadística del equilibrio: allí se demuestra, con ayuda de la distribución canónica, la equipartición de la energía para un gas ideal material en equilibrio térmico.<sup>4</sup> Su creencia en una más amplia validez del teorema se puede deducir no sólo de su conocimiento y aprecio de los resultados obtenidos por Maxwell y Boltzmann dentro del campo de la teoría cinética de los gases,<sup>5</sup> sino por otros detalles tanto o más clarificadores. Por ejemplo, en una carta remitida en la primavera de 1901 a Mileva Maric, la que después sería su primera esposa, muestra su gran satisfacción ante un trabajo que, según sus propias palabras, le convenció plenamente de la validez de la teoría del electrón; aunque el trabajo no esté localizado con absoluta fiabilidad, todo parece indicar que se trata de uno en el que el teorema de equipartición se aplica con éxito al cálculo de la relación entre conductividad térmica y conductividad eléctrica en metales.<sup>6</sup>

Más de veinte años después, en 1924, Einstein publicó la primera parte de una memoria que bien puede considerarse como su última aportación constructiva al tema que nos ocupa.<sup>7</sup> También allí el objeto de estudio era el gas ideal material, pero ahora aplicando las ideas recién sugeridas por Bose. El tratamiento, como en el propio título del trabajo ya se anticipaba, era plenamente cuántico. Entre los resultados se incluía una expresión para la energía media por molécula que mostraba con rotundidad la falta de validez del teorema de equipartición de la energía para el más simple de los

<sup>4</sup> EINSTEIN (1902), pp. 427-428 (pp. 41-42 en la versión inglesa).

<sup>5</sup> EINSTEIN (1902), p. 417 (p. 30 en la versión inglesa).

<sup>6</sup> A. Einstein a M. Maric, 28? de mayo de 1901, en STACHEL, J. (ed.) (1987) *The Collected Papers of Albert Einstein*. Vol. 1. The early years, 1879-1902, Princeton University Press, p. 304. Hay versión castellana de la correspondencia entre A. Einstein y M Maric, de V. Romano, con Introducción de J. M. Sánchez Ron: *Albert Einstein. Cartas a Mileva* (1990). Mondadori, Madrid. La carta figura en la p. 89 de la versión castellana. En ambas ediciones se incluye una nota de pie de página en la que se aclara el punto al que nos referimos.

<sup>7</sup> EINSTEIN, A. (1924) "Quantentheorie des einatomigen idealen Gases", *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften*, vol. 22, pp. 261-267.

sistemas termodinámicos.<sup>8</sup>

Durante los veintidos años que separan ambos episodios, Einstein recurrió en múltiples ocasiones, y en diferentes contextos, al teorema de equipartición que, como tendremos ocasión de señalar, fue una pieza clave en su disputa con Planck acerca de los cuanta de radiación. El teorema fue unas veces demostrado, otras utilizado supuesta su validez, y en ocasiones rechazado por Einstein, quien lo relacionó con sistemas tan variados como partículas materiales libres, osciladores neutros y cargados, espejos en campos de radiación, resonadores, moléculas con niveles discretos de energía, cuanta, etc.

Nos proponemos, precisamente, un análisis histórico de las vicisitudes por las que pasó el teorema en cuanto a sus relaciones con la evolución del pensamiento físico de Einstein, si bien, por razones meramente de espacio, nos detendremos hacia 1910, justo antes de celebrarse el Primer Congreso Solvay, hito importantísimo en la historia del principio de equipartición de la energía. En particular, en el presente trabajo, trataremos de poner de manifiesto el protagonismo del teorema, unas veces como elemento esclarecedor y otras como perturbador, en parte de la historia del largo peregrinar de nuestro personaje en busca de respuesta a una pregunta que jamás pudo contestar a su plena satisfacción: "¿Qué son los cuanta de luz?".<sup>9</sup>

## 2. EL TEOREMA DE EQUIPARTICIÓN Y LA TEORÍA CINÉTICA DE LOS GASES

Hasta 1902, fecha en la que Gibbs presentó la primera formulación coherente de la mecánica estadística del equilibrio,<sup>10</sup> el teorema de equipartición de la energía pasaba generalmente por ser un resultado, tal vez el más apreciado, o al menos uno de los de mayor aplicación, de la teoría cinética de los gases. Incluso era un recurso

<sup>8</sup> EINSTEIN (1924), p. 266.

<sup>9</sup> A. Einstein a M. Besso, 12 de diciembre de 1951, en SPEZIALI, P. (ed.) (1979) *Albert Einstein, Correspondance avec Michele Besso 1903-1955*. Hermann, París, p. 265.

<sup>10</sup> GIBBS, J. W. (1902) *Elementary Principles in Statistical Mechanics*. Yale University Press. Reimpreso en 1981 por Ox Bow Press, Woodbridge, Connecticut. Otra formulación distinta, aunque aceptada como equivalente en terminos generales, se debe a A. Einstein: se encuentra, esencialmente, en la trilogía citada en la referencia 3.

teórico poderoso en manos de experimentalistas que, en opinión de Brush, "no sabían otra cosa de la teoría cinética que el principio de equipartición".<sup>11</sup>

A pesar de su gran protagonismo, en buena medida por su rutinaria aplicación a las más diversas situaciones, especialmente durante el último tercio del siglo XIX, el teorema de equipartición jamás fue un resultado plenamente aceptado por aquellos que se preocupaban por la fundamentación de la teoría cinética.<sup>12</sup> Sin pretender un análisis completo de la situación, vamos a señalar algunos puntos que pueden ayudar a una mejor comprensión del clima creado en torno a la validez del principio, allá por los años que preceden a la aparición en escena de Albert Einstein.

Se acepta como primer enunciado del teorema el contenido en un trabajo que, con el título "*On the physics of media that are composed of free and elastic molecules in a state of motion*", J. J. Waterston remitió a finales de 1845 a la Royal Society, y que tras diversas vicisitudes, vio la luz de la publicación cerca de medio siglo después: en 1892, gracias a la gestión de Rayleigh.<sup>13</sup> Allí se establecía que, bajo ciertas condiciones, en una mezcla de gases con moléculas de diferente peso específico, la velocidad molecular cuadrática media para cada tipo de gas es inversamente proporcional a su peso específico; ello equivalía a afirmar que, en una situación de equilibrio térmico, el valor medio de la energía cinética es el mismo para todas las moléculas.

Clausius, Maxwell y Boltzmann, entre otros, aportaron consideraciones básicas tanto respecto a las hipótesis como a la demostración y a la aplicabilidad del teorema, pero sin llegar a esclarecer definitivamente el problema de la distribución de la energía entre los grados de libertad del sistema.<sup>14</sup> Lord Kelvin contribuyó a poner de manifiesto las dificultades del principio, no sólo en cuanto a sus aplicaciones, sino

<sup>11</sup> BRUSH, S.G. (1976) *The Kind of Motion we Call Heat. A History of the Kinetic Theory of Gases in the 19th Century*. North-Holland, Amsterdam, p. 682.

<sup>12</sup> BRUSH (1976), p. 356-363.

<sup>13</sup> BRUSH (1976), p. 336-337.

<sup>14</sup> JEANS, J.H. (1912) "La théorie cinétique de la chaleur spécifique d'après Maxwell et Boltzmann", en LANGEVIN, P.; DE BROGLIE, M. (eds.) (1912) *La Théorie du Rayonnement et les Quanta*, Actas del Primer Congreso Solvay, Gauthier-Villars, París, pp. 53-77. Véase en particular el apéndice: "Demonstrations du théorème d'équipartition", pp. 71-72.

las del resultado en sí. Lo hizo en sus famosas *Baltimore Lectures*, impartidas en la universidad Johns Hopkins en 1884, pero que no fueron publicadas hasta 1904, tras un buen número de revisiones y actualizaciones.<sup>15</sup>

El desacuerdo entre equipartición y datos experimentales sobre calores específicos de gases era claramente expuesto por Maxwell en un artículo en *Nature*, en 1875.<sup>16</sup> Un cálculo sencillo proporciona, vía equipartición, un calor específico demasiado alto para moléculas monoatómicas, es decir, para moléculas asimiladas a puntos materiales. Los datos suministrados por la espectroscopía ponían de manifiesto, sin ningún género de dudas, que las moléculas de los gases reales eran sistemas con estructura interna generalmente complicada, o lo que es lo mismo, con un buen número de grados de libertad, lo que hace aumentar el calor específico teórico y, por tanto, acentúa la discrepancia con los datos experimentales.

Ante tamaña dificultad caben dos tipos de posturas: el rechazo del teorema a causa de algún error oculto en su deducción, o la negación de su aplicabilidad a gases reales por alguna razón oscura en aquella época. Ambas posiciones contaban con figuras relevantes entre sus defensores. Maxwell optó por esta segunda vía, ante el cúmulo de resultados positivos que la teoría cinética había venido proporcionando, posponiendo la solución al enigma hasta que se llegara al conocimiento definitivo de la estructura interna de las moléculas.<sup>17</sup> También Boltzmann se apuntó a la segunda opción, si bien para él la solución final sólo llegaría tras considerar con propiedad la interacción entre las moléculas materiales y el éter que las rodea, sugerencia no

<sup>15</sup> THOMSON, W. (LORD KELVIN) (1904) *Baltimore Lectures on Molecular Dynamics and the Wave Theory of Light*. C. J. Clay and Sons, Londres. En el libro se incluye, como apéndice B, la conferencia dada en abril de 1900 sobre "Nineteenth century clouds over the dynamical theory of heat and light", pp. 486-527. La segunda "cloud" se refiere, precisamente, a las dificultades del principio de equipartición de la energía, a la vista de los resultados experimentales sobre calores específicos de los gases. (En la preparación de esta edición Lord Kelvin empleó casi veinte años.)

<sup>16</sup> MAXWELL, J.C. (1875) "On the dynamical evidence of the molecular constitution of bodies", *Nature*, vol. 11, pp. 357-359, 374-379. Reproducido en GARBBER, E.; BRUSH, S.G.; EVERITT, C.W.F. (eds.) (1986) *Maxwell on Molecules and Gases*. MIT Press, Cambridge MAS., documento 24, pp. 216-237.

<sup>17</sup> MAXWELL (1875), p. 235.

favorablemente acogida por Maxwell.<sup>18</sup>

El prestigio de Maxwell y Boltzmann debió de pesar decisivamente en la consideración de la dificultad por los físicos del último tercio de siglo. Limitando nuestra atención a personajes cuyos intereses científicos habrían de confluir en algún momento con los de Einstein en la búsqueda de la ley de radiación del cuerpo negro, y de sus consecuencias, forzoso es referirse a Jeans, muy próximo a Boltzmann en su defensa del teorema de equipartición, y a Rayleigh, más en la línea de Maxwell de no incluir al éter en el tratamiento del problema, sospechando que introducir sistemas con infinitos grados de libertad difícilmente podría ayudar a mejorar la situación.<sup>19</sup>

Einstein, formado en el ambiente mecanicista imperante en su juventud,<sup>20</sup> debía de estar al corriente de la problemática relativa al teorema de equipartición, sobre todo a través de sus lecturas de los trabajos de Boltzmann.<sup>21</sup> Esta puede ser una buena perspectiva bajo la que contempla la primera incursión de Einstein en la escena científica.

### 3. EINSTEIN Y EL TEOREMA DE EQUIPARTICIÓN: PRIMEROS CONTACTOS

Hemos anticipado que el teorema de equipartición aparece por primera vez en la obra de Einstein en 1902. No deja de sorprender que lo haga de forma tan superficial, pues no se hace mención de las dificultades del teorema, que ni siquiera

<sup>18</sup> MAXWELL (1875), p. 232.

<sup>19</sup> HUDSON, R. (1989) "James Jeans and radiation theory", *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 20, pp. 57-76, en p. 61.

<sup>20</sup> Véase, al respecto, la nota [9] de la p. 6 de STACHEL (1987), vol. 1, ref. 6.

<sup>21</sup> BOLTZMANN, L. (1896, 1898) *Vorlesungen uber Gastheorie*. J. A. Barth, Leipzig, 2 partes. Ambas partes figuran en un mismo volumen en la versión francesa: (1987) *Leçons sur la Théorie des Gaz*. Editions Jacques Gabay, París; se trata de una reimpression de la edición original de la traducción francesa publicada en 1902 y 1905 por Gauthier-Villar, París. El conocimiento que Einstein tenía de *Vorlesungen...* puede comprobarse, por ejemplo, consultando *The Collected Papers...*, vol. 1, ref. 6, pp. 260, 265 y 335.

se cita por su nombre, aunque se escribe explícitamente el resultado.<sup>22</sup> Esta falta de referencia a la problemática asociada al teorema causa aún más perplejidad si se tiene en cuenta el conocimiento que indudablemente tenía de los trabajos de Boltzmann, cuyas *Vorlesungen...* constituyen la única cita bibliográfica en el trabajo; de allí no sólo tomó Einstein la notación sino buena parte de la inspiración para demostrar el teorema. En los otros dos trabajos de la famosa trilogía, en 1903 y 1904, reproduce casi textualmente los argumentos y cálculos de 1902 en relación al teorema, por lo que no resultan relevantes para el tema que nos ocupa.<sup>23</sup>

Esta no implicación en la problemática asociada a la equipartición de la energía fue una extraña, pero constante actitud de Einstein en sus primeras relaciones con el teorema. Así, en su famoso artículo acerca de los quanta de luz, aquel de 1905 donde "explica el efecto fotoeléctrico",<sup>24</sup> mantiene la misma actitud, si bien allí aparece una novedad referida al quantum. En efecto, el teorema se aplica, sin efectuar la menor consideración respecto a su validez, tanto a partículas materiales libres como a electrones ligados sometidos a movimientos armónicos tridimensionales (*Resonatorelektrons*).<sup>25</sup> En cambio no se aplica a los quanta de luz, sino que se deduce la energía media de uno de éstos a partir de la distribución dada por la ley de Wien.<sup>26</sup>

La no aplicación del teorema de equipartición a los quanta no puede tomarse como signo de duda respecto a la validez del teorema, sino que era la única actitud

<sup>22</sup> EINSTEIN (1902), pp. 427-428 (pp. 41-42 en la versión inglesa, que contiene un error respecto al original: escribe  $3h/4$  en lugar de  $3/4h$ , para la energía cinética media de una molécula de gas ideal).

<sup>23</sup> EINSTEIN (1903), p. 178 (p. 56 en la versión inglesa); (1904), pp. 357-358 (pp. 72-73 en la versión inglesa).

<sup>24</sup> NAVARRO, L. (1991) "Einstein y el efecto fotoeléctrico: algunas precisiones", *Revista Española de Física*, núm. 5, pp. 42-46.

<sup>25</sup> EINSTEIN, A. (1905) "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt", *Annalen der Physik*, vol. 17, pp. 132-148. Versión inglesa de BECK (1989), pp. 86-103. Para la aplicación de la equipartición de la energía a electrones ligados, véase la p. 134 (p. 88 en la versión inglesa).

<sup>26</sup> EINSTEIN (1905), p. 143 (pp. 97-98 en la versión inglesa).

posible tanto desde un punto de vista operativo como metodológico. En aquellos momentos el quantum no podía asimilarse a un sistema mecánico cuya evolución dinámica estuviera regida por un determinado hamiltoniano; así no había posibilidad de aplicar el teorema. Pero es que, además, el programa einsteiniano de investigación de la naturaleza de la radiación del cuerpo negro comenzaba a operar en la dirección del quantum necesario (no del quantum suficiente, como en el caso de Planck), por lo que había que determinar su existencia y propiedades exclusivamente a partir de los datos experimentales, en aquel entonces prácticamente simbolizados por la ley de Wien.<sup>27</sup>

La energía media de un quantum de luz, evaluada a partir de la ley de Wien, resultaba ser  $3kT$  (escrito en notación actual), frente a  $3kT/2$ , valor deducido por equipartición para moléculas de gases ideales materiales. Einstein no pasó en esta ocasión de señalar la diferencia, sin llegar a sugerir explicación alguna que la justificara. Las conclusiones de este trabajo de 1905 se basaban en simples analogías. En esa línea podía haber ampliado su conclusión esencial, que no fue otra que "la radiación monocromática de baja densidad (dentro del rango de validez de la ley de Wien) se comporta termodinámicamente como si consistiera en quanta de energía  $h \cdot \nu$  [notación actual] mutuamente independientes".<sup>28</sup> Bien pudo haber añadido, en el mismo tono prudencial, que "los quanta de energía se comportan mecánicamente como partículas libres con doble número de grados de libertad que las del gas ideal material monoatómico". Pero lo cierto es que Einstein no llegó a escribir tal asociación.

Poco tiempo duró esta actitud de considerar indudablemente aplicable el teorema de equipartición a partículas materiales. En 1906, recordando el planteamiento del año anterior, al que acabamos de referirnos, hace referencia explícita al teorema considerándolo un resultado de la teoría cinética que inevitablemente conduce a la ley de Rayleigh-Jeans, en clara contradicción con la experiencia.<sup>29</sup> En base a esta contradicción, ya en 1907, Einstein da un paso crucial

<sup>27</sup> NAVARRO (1991).

<sup>28</sup> EINSTEIN (1905), p. 143 (p. 97 en la versión inglesa).

<sup>29</sup> EINSTEIN, A. (1906) "Zur Theorie der Lichtezeugung und Lichtabsorption", *Annalen der Physik*, vol. 20, pp. 199-206. Versión inglesa de BECK (1989), pp. 192-199. Para el resultado en cuestión, véase la p. 200 (pp. 192-193 en la versión inglesa).



al poner en duda explícitamente la validez de la equipartición de la energía para partículas materiales elementales que ejecutan movimientos armónicos simples.<sup>30</sup> El cálculo directo de la energía media a partir de la distribución canónica, suponiendo cuantizado el espectro de energía del oscilador, pone claramente de manifiesto el desacuerdo con el teorema de equipartición y permite obtener la fórmula de Planck, a la vez que sirve para explicar, en una primera aproximación, las desviaciones observadas en la medida de los calores específicos de sólidos en relación con los valores teóricos suministrados por la regla de Dulong-Petit.

Einstein no se limitó, en 1907, a incluir los osciladores, cargados eléctricamente o no, junto a los cuanta en la lista de sistemas físicos a los cuales no se aplica el teorema de equipartición, sino que aventuró la razón del desacuerdo: la diversidad de estados que pueden adoptar estos sistemas es inferior a los previstos por la teoría clásica.<sup>31</sup> Sólo a "temperaturas suficientemente altas" los resultados clásicos parecen coincidir con los obtenidos a partir de la hipótesis de la cuantización de la energía.<sup>32</sup>

#### 4. EL RECHAZO DEL TEOREMA DE EQUIPARTICIÓN

Esta idea sobre la equipartición de la energía (el teorema se aplica a los sistemas clásicos, pero no a los cuánticos) vuelve a ser expuesta, más o menos en los mismos términos de 1907, en un trabajo de revisión que Einstein dedicó al problema de la radiación del cuerpo negro en 1909.<sup>33</sup> No se aporta ninguna novedad respecto al teorema, aunque ciertamente se trata de un trabajo relevante a la hora de entender la evolución de su pensamiento en torno a la naturaleza del quantum de luz, como

<sup>30</sup> EINSTEIN, A. (1907) "Die Planksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme", *Annalen der Physik*, vol. 22, pp. 180-190. Versión inglesa de BECK (1989), pp. 214-224. Para la renuncia a la equipartición de la energía, véase la p. 182 (p. 217 en la versión inglesa).

<sup>31</sup> EINSTEIN (1907), pp. 183-184 (p. 218 en la versión inglesa).

<sup>32</sup> EINSTEIN (1907), p. 187 (p. 222 en la versión inglesa).

<sup>33</sup> EINSTEIN, A. (1909) "Zum gegenwertigen Stand des Strahlungsproblems", *Physikalische Zeitschrift*, vol. 10, pp. 185-193. Versión inglesa de BECK (1989), pp. 357-375.

hemos puesto de manifiesto recientemente.<sup>34</sup>

En 1910 Einstein y Hopf publicaron un trabajo, demasiado poco conocido hoy, pero sumamente interesante por su relación con el teorema de equipartición y también por otras implicaciones.<sup>35</sup> En la introducción del mismo los autores expresan un importante cambio de actitud respecto a la que Einstein había adoptado respecto a la validez del teorema:<sup>36</sup>

"Se ha demostrado de diferentes maneras, y es hoy generalmente aceptado, que nuestro punto de vista actual sobre la distribución y emisión de energía electromagnética por una parte, y sobre la distribución estadística de la energía por otra, no pueden, a través de un uso correcto de la teoría de la radiación, conducir más que a la llamada ley de radiación de Rayleigh (Jeans). Como ésta contradice totalmente a los experimentos, es necesario modificar los fundamentos de las teorías que se aplican en la deducción, y se ha venido pensando asiduamente que la ley de la distribución estadística de la energía podría no estar exenta de objeciones al aplicarla a la radiación o a movimientos oscilatorios rápidos (resonadores). Las siguientes investigaciones van a demostrar que no es necesario utilizar tan dudoso proceder, y que es suficiente usar el principio para el movimiento traslacional de moléculas y osciladores para llegar a la ley de radiación de Rayleigh. La aplicabilidad del principio al movimiento de traslación está suficientemente garantizada por los éxitos de la teoría cinética de los gases; de esta forma se puede llegar a la conclusión de que tan sólo un cambio básico y radical de las concepciones usuales puede conducir a una ley de radiación que se corresponda mejor con los experimentos."

<sup>34</sup> BERGIA, S.; NAVARRO, L. (1988) "Recurrences and continuity in Einstein's research on radiation between 1905 and 1916", *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 38, pp. 79-99.

<sup>35</sup> EINSTEIN, A.; HOPF, L. (1910) "Statistische Untersuchung der Bewegung eines Resonators in einem Strahlungsfeld", *Annalen der Physik*, vol. 33, pp. 1.105-1.115. Versión inglesa comentada de BERGIA, S.; LUGLI, P.; ZAMBONI, N. (1979) "Zero-point energy, Planck's law and the prehistory of stochastic electrodynamics. Part I: Einstein and Hopf's paper of 1910", *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, vol. 4, pp. 295-318.

<sup>36</sup> EINSTEIN; HOPF (1910), p. 1.105 (pp. 298-299 en la versión inglesa).

Por fin Einstein se hace eco de la polémica existente en torno a la validez del teorema y pone expresamente en duda su aplicabilidad incluso a sistemas clásicos. Sólo la energía cinética parece ajustarse indudablemente a las prescripciones de la equipartición; en efecto, ésta es la única aplicación que Einstein hizo del teorema a partir de entonces.

Incidentalmente señalaremos que Einstein se mostraba convencido desde un principio de que la llamada física clásica, si se utilizaba con propiedad, conducía ineludiblemente a la ley de Rayleigh-Jeans. Ya lo había puesto de manifiesto en 1905, precisamente mediante el uso del principio de equipartición.<sup>37</sup> Pero ahora, asumidas las sospechas sobre la validez universal del teorema, lo que junto con Hopf se propuso era liberar a la física clásica de su atadura al teorema de equipartición; se trataba, en concreto, de obtener la ley de Rayleigh-Jeans mediante razonamientos clásicos que no incluyeran equipartición, salvo en su aplicación a la energía cinética, lo que nunca se había puesto en duda por el éxito de la teoría cinética en su aplicación a los gases ideales.

Aunque no guarde relación directa con el principio de equipartición de la energía, vale la pena destacar que Einstein y Hopf analizaron en su artículo la influencia del campo de radiación sobre un oscilador cargado, introduciendo al efecto un campo estocástico; éste fue el impuesto a pagar por el rechazo a utilizar el famoso teorema. Pero lo verdaderamente trascendente del trabajo ha resultado ser el tratamiento que se dio al campo estocástico, hasta llegar a demostrar que la física clásica (sin ninguna hipótesis cuántica, por coherencia, y sin equipartición, por prudencia) conducía inexorablemente a la "catástrofe ultravioleta". Ese tratamiento del campo estocástico ha servido de modelo a la electrodinámica estocástica, disciplina que en alguna ocasión se ha propuesto como candidata, aunque ciertamente con poco éxito, a la electrodinámica cuántica.<sup>38</sup> Es éste un episodio que ilustra la escasa linealidad que suele darse en el progreso científico: una nueva teoría, la de los procesos estocásticos, surge para sustituir puntualmente la falta de aplicabilidad de un conocido resultado, el teorema de equipartición que, como es bien sabido, finalmente

<sup>37</sup> EINSTEIN (1905), pp. 133-136 (pp. 87-90 en la versión inglesa).

<sup>38</sup> DE LA PENA, L.; CETTO, A.M. (1982) "Stochastic electrodynamics, its development, present situation and perspectives. A tutorial review", en *Stochastic Processes Applied to Physics and other Related Fields* (1982), Proceedings of the Latin American School of Physics, Cali, Colombia. World Scientific, Singapur.

resulta perfectamente aplicable en física clásica para sistemas representados por hamiltonianos cuadráticos en todas sus variables canónicas.<sup>39</sup>

Tres años después Einstein y Stern<sup>40</sup> ampliaron notablemente el alcance del trabajo anterior obteniendo ahora la ley de Planck, también sin hipótesis cuántica y sin equipartición, pero haciendo uso de la llamada "segunda teoría" de Planck,<sup>41</sup> desarrollada entre 1910 y 1912, en la que se introducían osciladores que absorbían energía con continuidad, si bien la emisión era de tipo discreto, con una energía media por oscilador no nula en el cero de temperatura absoluta. Pero esta temática ya no guarda relación alguna con el teorema de equipartición; el interesado puede consultar detalles sobre este trabajo de 1913, así como de la retirada que Einstein presentó posteriormente de la hipótesis referente al "punto cero", en la bibliografía adecuada.<sup>42</sup>

La renuncia clara, formal y definitiva de Einstein a admitir la validez general del teorema de equipartición de la energía se encuentra expresamente formulada en las actas del Primer Congreso Solvay.<sup>43</sup> cerrándose así una primera etapa en la que nuestro personaje pasó, en menos de diez años, de admitir implícitamente la validez

<sup>39</sup> PATHRIA, R.K. (1986) *Statistical Mechanics*. Pergamon Press, Oxford. Primera edición en 1972. Para la deducción del teorema de equipartición en física clásica ver pp. 43-46 (formalismo microcanónico) y pp. 73-74 (formalismo canónico).

<sup>40</sup> EINSTEIN, A.; STERN, O. (1913) "Einige Argumente für die Annahme einer molekularen Agitation beim absoluten Nullpunkt", *Annalen der Physik*, vol. 40, pp. 551-560. Versión inglesa comentada de BERGIA, S.; LUGLI, P.; ZAMBONI, N. (1980): "Zero-point energy, Planck's law and the prehistory of stochastic electrodynamics. Part II: Einstein and Stern's paper of 1913", *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, vol. 5, pp. 39-62.

<sup>41</sup> KUHN, T.S. (1978) *Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity 1894-1912*. Oxford University Press, Londres. Hay versión castellana de M. Paredes: (1980) *La Teoría del Cuerpo Negro y la Discontinuidad Cuántica 1894-1912*. Alianza Editorial, Madrid. Un resumen de la "segunda teoría" de Planck se encuentra en el capítulo 10.

<sup>42</sup> BERGIA; LUGLI; ZAMBONI (1980). Para la renuncia posterior de Einstein a la hipótesis del "punto cero", ver p. 42.

<sup>43</sup> EINSTEIN, A. (1912): "L'état actuel du problème des chaleurs spécifiques", en LANGEVIN; DE BROGLIE (eds.) (1912), pp. 409-411.

universal del teorema, a negarla explícitamente como resultado general de la mecánica estadística. Esta famosa reunión en Bruselas (organizada por Walther Nernst, presidida por Hendrik Lorentz y auspiciada por Ernest Solvay), a finales de noviembre de 1911, se planteó como objetivos la discusión, y eventual solución, de los problemas surgidos alrededor de las concepciones cuánticas de Planck y de Einstein; en particular se pretendió profundizar en las relaciones entre éstas y la física clásica, entendida esencialmente como teoría cinética de los gases y electromagnetismo de Maxwell, en el contexto que nos ocupa. Por ello el teorema de equipartición fue allí objeto de atención preferente por parte de Lorentz, Rayleigh, Jeans, Planck y Einstein, entre otros. El papel jugado por el principio de equipartición en las densas sesiones de este Primer Congreso Solvay nos parece tan interesante como poco considerado por los historiadores hasta hoy, por lo que pensamos ocuparnos próximamente de analizar detalladamente el tema.

Se hace constar que parte de las investigaciones que han dado lugar a la redacción de este trabajo han sido subvencionadas por la CICyT (PB 90-0012).